Massachusetts Teknoloji Enstitüsü-Fizik Bölümü

Fizik – 8.01 **Ödev # 10** **Güz, 1999**

ÇÖZÜMLER

Dru Renner dru@mit.edu

8 Aralık 1999 Saat: 09.54

<u>Problem 10.1</u>

(a) Bir F kuvveti ile çekiyoruz (her iki ip ile). O noktasında, kaldırım silindire değeri bilinmeyen bir F' kuvveti uygular. Sadece caddeden silindiri kaldırıma yuvarlama şartı N=0 olduğu durumdur. Burada N silindirin caddeye uygulamış olduğu olağan normal kuvvettir. O noktasına göre torkları alarak F' kuvvetini yok edebiliriz. (tork, eğer silindirin kaldırıma yuvarlanmasına sebep olursa, pozitif olarak tanımlanır). Sadece köşede dönme şartı, torkun sıfır olmasıdır ($\tau = 0$). Burada τ , O noktasına göre toplam torktur.

$$0 = FR\sin(\pi-(\theta+\phi)) - MgR\sin(\pi-(\frac{\pi}{2}-\theta)) = FR\sin(\theta+\phi) - MgR\cos\theta$$

Burada, biz $\sin(\pi - x) = \sin(x)$ ve $\sin(\frac{\pi}{2}+x) = \cos x$ trigonometrik eşitliklerini kullanıyoruz. Yukarıdaki eşitlikten F çözülürse,

$$\frac{F}{Mg} = \frac{cos\theta}{\sin(\theta+\alpha)}$$

Elde edilir.

(b)

$$0 = \frac{dF}{d\alpha} = -Mg\frac{cos\theta \cos(\theta+\alpha)}{sin^2(\theta+\alpha)}$$

Olduğu zaman yerel maksimum veya minimum meydana gelir. Yukarıdaki denklemin tek çözümü;

$$\cos(\theta+\alpha) = 0 \Longrightarrow \alpha = 90^0 - \theta, \qquad \theta = 30^0 \; ve \; \alpha = 60^0 \; için \; \frac{F}{Mg}$$

Şeklindedir. θ = 30^0 için, α = 60^0 dir. $\frac{F}{Mg}$ grafiğini çizerek α = 60^0 'nin yerel minimum ve genel minimum, α = 0^0 'nin genel maksimum (yerel değil) olduğunu görürüz. Eğer θ < 45^0 olduğu zaman, bu durumda maksimumun α = 0^0 'de ve θ > 45^0 olduğu zaman maksimumun α = 45^0 'de olduğunu göstermek zor değildir..

Problem 10.2

L = 5m, r = $\frac{1}{2}\cdot 0.01\text{m}$, A = πr^2, M = 400 kg ve Y = 0.36x10^{10} N/m^2 dir (lütfen naylon verileri için sayfa 336'daki tablo 14.1'e bakınız). Sayfa 336'daki (27) nolu eşitlik

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{1}{Y}\frac{F_{APP}}{A} \Rightarrow F_{APP} = \frac{Y.A}{L}\Delta L$$

yi verir. Burada F_{APP} toplam uygulanan kuvvettir ve ΔL ise bu kuvvet altında meydana gelen uzunluk artışıdır. k sabitini aşağıdaki gibi tanımlamak oldukça yararlıdır.

$$k = \frac{Y\,A}{L} \approx 5{,}7x10^4\frac{N}{m} \Rightarrow F_{APP} = k\Delta L$$

İlk olarak sadece 400 kg'lık kütleden dolayı, ipte meydana gelen uzama miktarını, Δ, hesaplamamız gerekir.

$$\Delta = \frac{M\,g}{k} \approx 0{,}070\,m$$

(a) İpi ekstra 0.03 m daha uzatmak için gerekli olan ilave kuvveti bulmalıyız.

$$F + Mg = k(\Delta + 0{,}03) \Rightarrow F = k.0{,}03 \approx 1{,}78x10^3\,N$$

(b) x denge konumundan aşağıya olan yer değiştirmeyi göstersin (denge ipin L+Δ uzunluğuna karşılık gelmektedir). Yukarıdaki denklem ipi ΔL kadar uzatmak için gerekli F_{APP} kuvvetini verir, bundan dolayı, ip eşit büyüklükte ve zıt yönde bir geri çağırıcı kuvvet uygulamalıdır. Bundan dolayı denge konumundan, uygulanan net kuvvet olmadığı durumda, aşağı yöndeki x yer değiştirmesi için toplam kuvvet

$$F_{TOT} = -k\,(\Delta + x) + Mg = -k\,x$$

Yukarıdaki F kuvveti, denge konumundan aşağı yönde x yer değiştirmesine karşılık gelen toplam kuvvettir.

Yukarıdaki denklem $(\Delta + x) \rangle 0$ $(x \rangle -\Delta) \approx -0.07\,m$ olan x değeri için geçerlidir. Çünkü, eğer $\Delta + x \langle 0$ olursa, bu durumda ip sarkmaya başlayacak ve geri çağırıcı kuvvet kaybolacaktır. Ve yukarıdaki denklemin şekli değişecektir. Şimdilik, ilk hız olmaksızın yer değiştirme 0.03 m dir, böylece hareket ipte sarkma meydana getirmeyecektir. Ve bundan dolayı da yukarıdaki denklem bütün hareketler için geçerli olacaktır. Bundan dolayı hareket, x genlikli basit harmonik hareket olup periyodu

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}} \approx 0,53\ s$$

Şeklinde verilir.

(c) x = 0.10 m başlangıç şartı ile ilk hız olmadan, hareket ipte bir sarkma meydana getirecektir. Kütle x = 0.10 m'de hareketine başlayacak ve x = 0'dan x = -0,07 m gidecektir. Bu noktada ip gevşemeye başlayacak ve artık geri çağırıcı kuvvet olmayacaktır, sadece yerçekimi kuvveti olacaktır. Hareket artık tam basit harmonik hareket olmayacaktır.

(d) Sayfa 336'daki tablo 14.1'de nihai kopma gerilmesi

$$(\frac{F}{A})_{max} = 3,2x10^8\ N/m^2$$

Olarak verilmiştir. Bu durumda maksimum kütle,

$$M_{max} = \frac{A}{g}\ (\frac{F}{A})_{max} \approx 2,6x10^3\ kg$$

Olacaktır. Sadece ipin kopma sınırına kadar ne kadar uzayacağı alt limiti hesaplayabilirsiniz. Derste anlattığımız gibi, Hooke yasası (yani, $\frac{\Delta L}{L} = \frac{F}{Y\,A}$) kırılma noktası civarlarında geçerli değildir. Alt limit

$$\Delta L = \frac{L}{Y}\ (\frac{F}{A})_{max} \approx 0,44\ m$$

Olacaktır. Bundan dolayı ipin kopma sınırına kadar olan uzunluğu için alt limit 5.44 metredir.

Problem 10.3

ρ = 1 gr/cm^3 suyun yoğunluğu, ρ_w tahtanın yoğunluğu, ρ_0 yağın yoğunluğu ve *V* tahtanın hacmi olsun. Su için,

$$\rho\cdot\frac{2}{3}V = \rho_W\cdot V \quad\Rightarrow\quad \rho_W\cdot = \frac{2}{3}\rho \approx 0.67\,gr/cm^3$$

Yağ için,

$$\rho_O \cdot 0.9\,V = \rho_W \cdot V \qquad \Rightarrow \qquad \rho_O \cdot = \cdot \frac{1}{0.9}\rho_W \approx 0.74\,gr/cm^3$$

Problem 10.4

p_0 atmosfer basıncı, ρ = 10^3 kg/m^3 suyun yoğunluğu, M çubuğun kütlesi, A kesit alanı, d = 3 m denge derinliği ve x denge derinliğinden aşağı yönde olan yer değiştirme olsun. Denge derinliği

$$M\,g = \rho\,g\,dA$$

Şeklinde verilir. Kuvvet denklemi

$$p_0\,A + M\,g - (p_0 + \rho\,g\,(d+x))\,A = M\,\ddot{x}$$

Burada p_0 + ρ g (d+x) çubuğun alt noktasındaki basınçtır. Eğer yukarıdaki denklemde M g = ρ g dA ifadesini kullanırsak, bu durumda

$$-\rho\,g\,A\,x = M\,\ddot{x}$$

Elde ederiz. Eğer yukarıdaki denklemde $\rho g A = \frac{Mg}{d}$ ifadesini kullanır ve M kütlesini yok edersek,

$$-\frac{g}{d}.x = \ddot{x} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{d}{g}} \approx 3{,}5\ s$$

Elde ederiz.

T değerinin hesaplamak için kg.m/s_0 değerini belirtmenin gerekli olmadığına dikkat ediniz. Bundan dolayı atmosferik basınçtaki %5'lik bir değişim salınımın periyodunu değiştirmeyecektir.

Problem 10.5 (Ohanian, sayfa 378, problem 63)

Bu çeliğin yoğunluğu ρ = 7,8x10^3 kg/m^3 olsun. Şimdi bir metre uzunluğundaki çubuğun bir yarısına odaklanalım, x uzaklığı dönme ekseninden oldukça küçük kütleli ve dx uzunluklu kütleye olan uzaklık olsun. Eğer kesit alanı A ise, bu durumda bu dx uzunluğuna karşılık gelen kütle dm = ρ A dx 'dir. Bu küçük çelik parçasını ivmelendirmek için gerekli olan merkezcil kuvvet $dF = dm.\omega^2.x = \rho A\omega^2 x dx$ şeklindedir. Burada ω bir metre uzunluğundaki çubuğun açısal hızıdır. Bir metre uzunluğundaki çubuğun merkezindeki toplam gerilme

$$T = \int dF = \int_0^{\frac{1}{2}} \rho A\omega^2 x dx = \rho A\omega^2 \frac{1}{2}x^2 = \frac{\omega^2\rho A}{8} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{8T}{\rho A}}$$

Burada $\frac{1}{2}$ çubuğun yarı uzunluğudur. Maksimum açısal hız

$$\omega_{max} = \sqrt{\frac{8}{\rho}(\frac{T}{A})_{max}} \approx 624\, radian/s$$

İle verilir. Çelik için nihai kopma gerilmesi $(\frac{T}{A})_{max}$ = 3,8x10^8 N/m^2, olup sayfa 336'daki tablo 14.1'de verilmiştir.

<u>Problem 10.6</u> (Ohanian, sayfa 537, problem 13)

(a) Isı artışı oranı her bir elektron tarafından depolanan enerji miktarı (3,2x10^{-9} J) çarpı elektronların oranı (3,0x10^{14} s^{-1}) ile verilir.

$$\frac{\Delta Q}{\Delta T} = 3{,}2\text{x}10^{-9}.\ 3{,}0\text{x}10^{14} = 9{,}6\text{x}10^{5}\ \text{J/s} \approx 230\ \text{kcal/s}$$

Buradaki dönüşümde 1cal = 4,186 J olarak kullanılmıştır.

(b) Işın hüzmesi emicisindeki suyun kütlesi m = 10^3 x kg.m^3.12 m^3 = 1,2x10^4 kg dır. Sayfa 517 deki (1) nolu denklem

$$\Delta Q = m\ c\ \Delta T$$

Şeklindedir. Bundan dolayı sıcaklığın artış oranı

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{1}{mc}\frac{\Delta Q}{\Delta t} \approx 0{,}019\ C/s$$

Olarak elde edilir. Burada su için özgül ısı kapasitesi, sayfa 516'daki tablo 20.1'de c = 1.00 kcal/kg.C olarak verilmiştir.

<u>Problem 10.7</u> (Ohanian, sayfa 512, problem 17)

Bir mol gazın sabit basınç ve sıcaklık altındaki hacmi

$$V = \frac{RT}{p} \approx \frac{8{,}31.273}{10^5} \approx 0{,}0227\ m^3$$

Kadardır. Helyum atomları tarafından işgal edilmiş hacim

$$V_{atom} \approx 6{,}02\text{x}10^{23}\ .3.10^{-30} \approx 1{,}81\text{x}10^{-6}\ \text{m}^3$$

Dür. Bundan dolayı, helyum atomları tarafından işgal edilmiş kısmın hacmi aşağıdaki gibidir.

$$f = \frac{V_{atom}}{V} \approx 8x10^{-5} = \%0{,}008$$

Problem 10.8 (Ohanian, sayfa 513, problem 24)

(a) p = 1 atm = 1,01x10^5 N/m^2, A dalgıç çanının kesit alan, h = 2 m ve h' dalgıç çanı suya batırıldığında dalgıç çanı içerisindeki havanın yüksekliği olsun. Bu durumda p' dalgıç çanı suya batırıldığında dalgıç çanı içerisindeki hava basıncı olup 15 m derinlikteki suyun basıncı ile aşağıdaki gibi verilir.

$$p' = p + \rho g z$$

Burada ρ = 10^3 kg/m^3 suyun yoğunluğu ve z = 15 m'dir. Bu değerler kullanılarak

$$p' = 2{,}48\text{x}10^5 \text{ N/m}^2$$

Elde edilir. Sıcaklığın sabit olduğu kabul edilirse, bu durumda h'

$$phA = pV = p'V' = p'h'A \Rightarrow h' = \left(\frac{p}{p'}\right)h \approx 0{,}81\, m$$

Olarak elde edilir. Bu durumda, su 2-0,81 ≈ 1,2 m yükselir.

(b) Hava, 15+1,2 = 16,2 m derinlikteki dalgıç çanının tabanındaki su basıncına eşit bir basınçta pompalanmalıdır. Bu seviyedeki basınç

$$p_f = p + \rho\, g\, z \approx 2{,}6 \times 10^5 \text{ N/m}^2$$

Olur. Burada z = 15.2 m'dir. Bu basınç değerinde gerekli olan hava miktarı $\frac{p_f V}{RT}$ 'dir. Burada V ≈ 3.5 m^3 ve T = 15 ^{0}C = 288 K dir. Başlangıçtaki hava miktarı $\frac{pV}{RT}$ dir. Bundan dolayı eklenmesi gereken mol miktarı $\frac{(p_f - p)V}{RT}$ 'dir. havanın ortalama molekül kütlesinin 29 g dır. (lütfen sayfa 498 deki örnek 3'e bakınız.) Bundan dolayı eklenmesi gereken havanın kütlesi

$$M = (0{,}029).\frac{(p_f - p)V}{RT} \approx 6{,}84\, kg$$

Olarak bulunur.

Problem 10.9 (Ohanian, sayfa 512, problem 16)

Baloncuklar oluşturan havanın ideal gaz kanununa uyduğunu varsayacağız..

$$p\,V = n\,R\,T$$

Sıcaklık ve hava miktarı sabit kalırsa, bu durumda yukarıdaki denklemin sağ tarafı sabit olur.

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \qquad (1)$$

15 m derinlikteki basınç ve hacim,

$p_1 = 1.013 \times 10^5$ N/m^2 + (9.8 m/s^2)(1.0 × 10^3 kg/m^3)(15 m) = 2.483 × 10^5 N/m^2

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi(\frac{1.0\ cm}{2})^3 = 5{,}236x10^{-7}\ m^3$$

Şeklindedir. Yüzeydeki basınç

p_2 = 1 atm = 1,013x10^5 N/m^2

(1) Nolu eşitliği kullanarak yüzeydeki hacmi

$$V_2 = \frac{p_1}{p_2}.V_1 = 1{,}283x10^{-6}\ m^3$$

Olarak buluruz. Hava baloncuğunun küresel olarak kaldığını varsayarak, yüzeydeki çap,

$$d = 2.(\frac{3V_2}{4\pi})^{\frac{1}{3}} = 1{,}348x10^{-2}\ m = 1{,}348\ cm$$

ile verilir.

Problem 10.10 (Ohanian, sayfa 512, problem 21)

Dışarıdaki havanın yoğunluğu ρ_a = 1,20 kg/m^3'tür. Hava hariç her şey dahil balonun kütlesi M_b = 730 kg ve balonun hacmi V_b = 2200 m^3'tür. Balonun içindeki sıcak havanın kütlesi M ve eşdeğer soğuk hava kütlesi (aynı hacim fakat farklı sıcaklık) $\rho_a V_b$'dir. Bu durumda balonun havalanması için şart,

$$\rho_a V_b - M = M_b \qquad \Rightarrow \qquad M = \rho_a V_b - M_b = 1.91 \times 10^3 \text{ kg}$$

dır. Balonun alt tarafı açıktır ve bu yüzden içerdeki hava basıncı dışarıdaki hava basıncı ile aynıdır. Havanın molekül başına kütlesinin 29 g / mol olduğu sayfa 498 deki örnek 3 te verilmiştir. T_a = 20 ^{0}C = 293,15 K sıcaklıkta dış hava basıncı,

$$p_a = \frac{n_a R T_a}{V_a} = \frac{n_a m}{V_a}.\frac{RT_a}{m} = \rho_a.\frac{RT_a}{m} = 1{,}0086x10^5\ N/m^2$$

Değerindedir. Balonun içindeki havanın kütlesi ve buradan da sıcaklığı

$$M = mn_b = m.\frac{p_b V_b}{RT_b} \Rightarrow T_b = m.\frac{p_b V_b}{RM} = 405\ K = 132\ C$$

Şeklindedir. Burada $p_b = p_a$ dir.

Problem 10.11 (Ohanian, sayfa 513, problem 28)

A alanında ve dh yüksekliğinde yatay bir hava tabakası düşünün. Hava tabakasının altındaki ve üstündeki basınç farkı, hava tabakası boyunca olan havanın ağırlığını desteklemelidir.

p A – (p+dp) A –(A dh).ρ.g = 0 ⇒ dp = - ρ g dh (2)

Eğer ρ'nın sabit olduğunu varsayarsak, bu durumda basınç için klasik sonucu elde ederiz. Eğer yükseklik atıkça sıcaklık sabit kalırsa, Bu durumda yoğunluk yükseklikle değişmelidir. İdeal gaz yasasını kullanarak basınç ve yoğunluk arasında bir ilişki elde edebiliriz.

$$p = \frac{N}{V}.kT = \frac{mN}{V}.\frac{kT}{m} = \rho\frac{kT}{m} \Rightarrow \rho = \frac{mp}{kT}$$

Burada $m = \frac{29.0\,\mathrm{g}}{N_A} = 4.82\,\mathrm{x}\,10^{-26}\,\mathrm{kg}$ bir molekül havanın kütlesidir. Bunu yukarıdaki (2) nolu denklemi

$$dp = -p\frac{mg}{kT}dh$$

Şeklinde yazmak için kullanabiliriz. Şimdi bu p basıncının h yüksekliğin fonksiyonu olduğu geçerli bir diferansiyel denklemdir. Bu denklemi şu adımları takip ederek çözebiliriz.

$$\frac{1}{p}dp = -\frac{mg}{kT}\,dh$$

$$Inp - Inp_0 = \int\frac{dp}{p} = -\frac{mg}{kT}\int dh = -\frac{mg}{kT}(h-0), p = p_0 e^{-\frac{mgh}{kT}}$$

$$Inp - Inp_0 = \int\frac{dp}{p} = -\frac{mg}{kT}\int dh = -\frac{mg}{kT}(h-0), p = p_0 e^{-\frac{mgh}{kT}}$$

Problem 10.12 (Ohanian, sayfa 535, problem 5)

Uzun boru hatlarında yan halkalar termal genleşme için müsaade eden boşluklar gibi davranır. Sıcaklıktaki küçük bir değişimde bile, boru hattının uzunluğundaki değişim çok büyük olabilir. Bu boru hattının her bir ucunda sert bir şekilde bağlanmasını önler. Halkalar borunun daha kısa olan parçalarının uzamasına müsaade eder, fakat birikmiş etkiyi engeller. Petrol hala akması gerektiğinden, köprülerdeki basit aralıklar yerine halkalar kullanılmalıdır.